

Rudolf Pausenberger

Schulprojekte zur Astronomie in der Zeit von Simon Marius

Ptolemäus' Äquant als zweiter Brennpunkt der Keplerellipse

Summary

A mobile exhibition on the history of astronomy in the time of Simon Marius accompanies the conference in Ansbach. It features a selection of interactive exhibits created in various projects at the Gymnasium Lauf, which could cover up to 300 m². Among them is a model of our solar system at a scale of 1:50 billion, allowing visitors to observe Jupiter's moons through a telescope. These moons display the same sequence of configurations as they did during the week of their discovery in 1610.

Another exhibit enables visitors to experience Kepler's Second Law, which describes the variation in a planet's orbital speed between perihelion and aphelion. Mechanically, it is constructed using the equant, a point in the Ptolemaic system that the planet or its epicycle orbits at a constant angular velocity. As a good approximation, it corresponds to the second focus of Kepler's ellipse. Up to the time of Simon Marius, such predictions of planetary motions do not show any deviations from observation. It is shown here that calculations with the equant in this framework are equivalent to Kepler's area law.

Zusammenfassung

Eine Wanderausstellung über die Geschichte der Astronomie zur Zeit von Simon Marius begleitet die Tagung in Ansbach. Sie umfasst eine Auswahl interaktiver Exponate, die bei verschiedenen Projekten am Gymnasium Lauf entstanden sind und eine Ausstellungsfläche bis zu 300 m² füllen. Darunter ein Modell unseres Sonnensystems im Maßstab 1:50 Milliarden, bei dem Besucher durch ein Fernrohr auch die Jupitermonde entdecken können. Sie zeigen eine Abfolge der gleichen Konstellationen wie in der Woche ihrer Entdeckung 1610.

Ein anderes Exponat lässt Besucher das Zweite Keplersche Gesetz erfahren, den Wechsel der Bahngeschwindigkeit eines Planeten zwischen Perihel und Aphel. Mechanisch ist es mit Hilfe des Äquants konstruiert, eines Punkts im Ptolemäischen Weltssystem, den der Planet bzw. dessen Epizykel mit konstanter Winkelgeschwindigkeit umläuft. In guter Näherung entspricht er dem zweiten Brennpunkt der Keplerellipse. Bis in die Zeit von Simon Marius lassen solche Voraussagen der Planetenbewegungen keine Abweichungen von der Beobachtung erkennen. Hier wird gezeigt, dass Berechnungen mit dem Äquant in diesem Rahmen gleichwertig zu Keplers Flächensatz sind.

Wanderausstellung

Die Wanderausstellung zu Simon Marius präsentierte eine Auswahl verschiedener Mitmach-Exponate, die vor allem im Unterricht entstanden sind: Im Rahmen des Lehrplaninhalts „Weltbilder“ und des verpflichtenden sechsstündigen Projekts einer 10. Klasse des naturwissenschaftlichen Zweigs, bei P-Seminaren für die 12. Jahrgangsstufe, bei denen Schüler aus einem Angebot verschiedener Fächer und Themen wählen, und in Wahlkursen. Aus Themen wie „Geschichte der Astronomie“, „Nürnberg am Beginn der Neuzeit“ und „Physik der Renaissance“ erwuchs mit den Jahren die zusammenhängende Wanderausstellung „Astronomie beGreifen“, die gut 300 m² Fläche bespielen kann. Kennzeichen der Mitmach-Stationen sind ihr naturwissenschaftlicher Einschlag und die vier Ebenen im Anleitungstext. Sie erlauben sowohl flüchtiges Ausprobieren für die eiligen Besucher mit zwei oder drei Sätzen „So geht's:“ und schnelles Beobachten mit „Nanu?!“ als auch stufenweise vertiefende Erklärungen und Hintergrundwissen für die (daraufhin) Interessierten unter „Ach so!“ und „Na und?“.

So geht's:



13 Meter von hier steht eine beleuchtete Schablone. Sie zeigt in jeder Zeile Jupiter und ganz klein seine Monde im Januar 1610. Betrachten Sie sie in Ruhe durch das Teleskop!

Nanu!?

So sah die Konstellation aus, die Simon Marius ab dem 29.12.1609^{ul} und Galileo Galilei ab dem 7.1.1610^{reg} erblickten: Jupiters helles Scheibchen ist gut zu erkennen, seine Monde kaum. Dabei waren die kurz vorher erfundenen Fernrohre schlechter als dieses!

Ach so!

Wer der beiden Entdecker war nun der erste? Während man in Ansbach die Schaltjahre noch nach dem alten julianischen Kalender rechnete, verwendete man in Italien bereits unseren um ein paar Tage verschobenen gregorianischen.

Nach diesem hat Marius die Jupitermonde am 8.1.1610^{reg} (= 29.12.1609^{ul}) entdeckt, einen Tag nach Galilei. Von Simon Marius stammen die Namen der Monde: Io, Europa, Ganymed und Kallisto.

Na und?

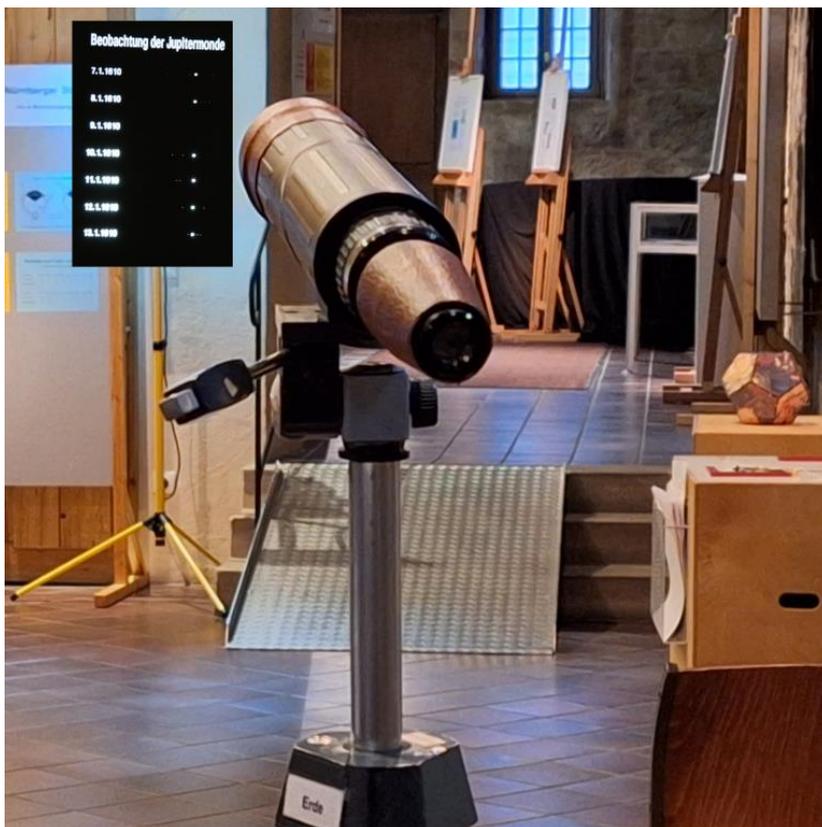
Die Erkenntnis, dass um den Jupiter vier Monde kreisen, war revolutionär. Sie half, das über tausend Jahre lang gültige Weltbild von Ptolemaios zum Einsturz zu bringen:

Es kreist nicht alles um die Erde! Dann steht die Erde nicht im Zentrum der Welt? Und es kann keine kristallinen Sphären geben, an denen die Planeten befestigt sind, die Jupitermonde würden sie sonst bei jedem Umlauf zerschlagen!

Texttafeln zum Exponat „Jupitermonde in Ansbach entdeckt? Simon Marius“

Ein thematisch ausgewählter Teil dieser Wanderausstellung war während des Simon-Marius-Jahres über mehrere Monate im Ansbacher Stadtmuseum aufgebaut, wenige Exponate danach noch im Onoldiasaal zur Tagung „Simon Marius und der Wandel im Weltbild“, bevor die Ausstellung weiter auf die Reise ging.

Über das Planetenmodell im Maßstab 1 : 50 Milliarden wurde bereits veröffentlicht [1]: Ein Modell der Erde mit 0,3 mm Durchmesser steht in 3 m Abstand von der dazugehörigen Sonne. Dort ist ein Teleskop aufgebaut, durch das Besucher selbst beobachten können: Sie erblicken genau wie Simon Marius die Abfolge der Konstellationen der Jupitermonde während der Woche ihrer Entdeckung im Januar 1610. Auf welchen Bahnen mögen sie sich wohl bewegen?



Das Teleskop am Ort der Erde beobachtet in 13 m Entfernung die Tafel mit dem maßstäblichen Jupiter und seinen in dieser Auflösung nicht sichtbaren Monden in den Positionen vom 7.1. bis 13.1.1610.

Im Folgenden liegt das Augenmerk auf einem weiteren Exponat zu diesen entdeckungsreichen Jahren: Welche Bedeutung haben die beiden Brennpunkte der Ellipsenbahnen und wie kann der Flächensatz in einem Mitmach-Exponat mechanisch umgesetzt werden? Im einen Brennpunkt sitzt das bekannte Gravitationszentrum des Zentralkörpers. Der andere ist der heute weniger bekannte Äquant, um den der Satellit mit konstanter Winkelgeschwindigkeit läuft.



Markgrafenmuseum Ansbach (1): Zwei der Mitmach-Exponate zur antiken bzw. neuzeitlichen Himmelsmechanik



Markgrafenmuseum Ansbach (2): Astronomie und Geographie am Beginn der Neuzeit



Markgrafenmuseum Ansbach (3): Mathematik, Geometrie und Zeitmessung in Nürnberg



Ebenfalls im Simon-Marius-Jahr 2024: Ein Teil der Wanderausstellung im FabLab NüLand in Schnaittach



Für den angeleiteten Experimentiervorschlag sind Marken am Astrolabium hervorgehoben. Die Höhe des Sterns über dem Horizont ist eine Funktion von Datum und Uhrzeit

So geht's:

- Überzeugen Sie sich, dass Sie die Einzelteile zu einem „Globus“ zusammensetzen können.
- Breiten Sie nun die Karten als zusammenhängende Fläche auf dem Tisch aus.

Nanu!?

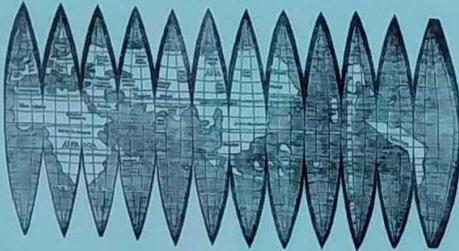
Sie können entscheiden, wo zwei Teilstücke zusammenhängen sollen. Aber an anderen Stellen ergeben sich immer spitzwinklige Lücken.

Ach so!

Um kleine Ausschnitte der Erdoberfläche darzustellen, genügen Karten. Aber seit der interkontinentalen Seefahrt wird die Erdkrümmung ausschlaggebend. Wie sonst könnte man die „Welt“ umsegeln? Eine in die Ebene abgebildete Kugeloberfläche ist entweder verzerrt oder sie trägt viele Einschnitte. Probieren Sie es mal mit einer Orangenschale aus! Nur ein Globus zeigt alle Erdteile richtig.

Na und?

Die Kugelgestalt der Erde ist Gelehrten schon in der Antike bekannt. Auch der Reichsapfel als Symbol der Weltherrschaft belegt dies. Dass man im Mittelalter angeblich geglaubt habe, die Erde sei eine Scheibe, ist eine Unterstellung insbesondere von Amerikanern aus dem 19. Jahrhundert, um das alte Europa besonders rückständig erscheinen zu lassen. Aus der Zeit der Entdeckung Amerikas stammen die ersten Globen; der älteste erhaltene ist von Martin BEHAIM (1492), er steht in Nürnberg.



Segmentkarte von Martin Waidseemüller, 1507.
Es ist die erste Karte, die Amerika als Kontinent benennt.

Diese Mitmachstation gehört zur Wanderausstellung „Physik der Renaissance“ (www.physik.de.rs), sie wurde am CJT-Gymnasium in Lauf gebaut.



Historische Zusammenhänge von Behaim-Globus, Seefahrern und Kugelgeometrie finden Sie hier.

Ein Physik-Wahkurst war in Zusammenarbeit mit dem FabLab NÜLand mit diesem Exponat beim Geschichtswettbewerb „Bayern um 1500“ erfolgreich.



Der Behaim-Globus wurde am 18.5.2023
Weltokumentenerbe der UNESCO.



Der Behaim-Globus im Germanischen Nationalmuseum



Eine globale, verzerrungsfreie Projektion der Kugeloberfläche in die Ebene ist nicht möglich:
Exponat mit Magnetscharnieren und Bastelbogen zum Behaim-Globus.



Onoldiasaal in Ansbach: Das Mitmach-Exponat zur rückläufigen Planetenbewegung. Die Bahn der Sonne (orange) ist genau wie der Deferent der Venus (weiß) ein Kreis um die Erde (blau). Aber Venus läuft auf einem Epizykel.

2.

Der Lauf der Planeten

Planetos (griechisch): Wanderer

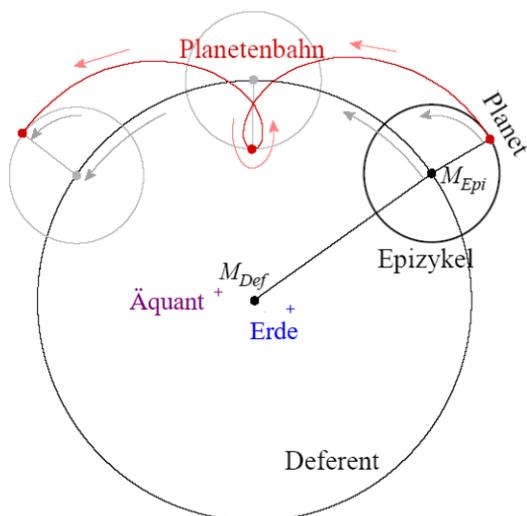
Die Körper wandern mit verschiedenen (Winkel-)geschwindigkeiten über den Himmel:

Der **Mond** steht nach 24 h 49 min in etwa wieder in der selben Richtung, die **Sonne** nach 24 h und die **Sterne** nach 23 h 56 min. Die Geschwindigkeit der einzelnen **Planeten** liegt in der Regel irgendwo dazwischen. Sie scheinen sie jedoch zu **ändern**; gegenüber dem Sternenhintergrund kehren sie bisweilen sogar ihre Bewegungsrichtung um!

Dies zu verstehen bereitete den Astronomen erhebliches Kopfzerbrechen. In der antiken Vorstellung, bei der die Erde in der Mitte steht, erklärt **Ptolemaios** um 150 die rückläufige Planetenbewegung. Er braucht dazu ein kompliziertes Weltmodell überlagerter Schleifenbewegungen.

1543 setzt **Kopernikus** deswegen die Sonne in die Mitte seines Systems. Damit folgt die rückläufige Planetenbewegung nun zwanglos.

Die rückläufige Planetenbewegung im mittelalterlichen Weltbild:

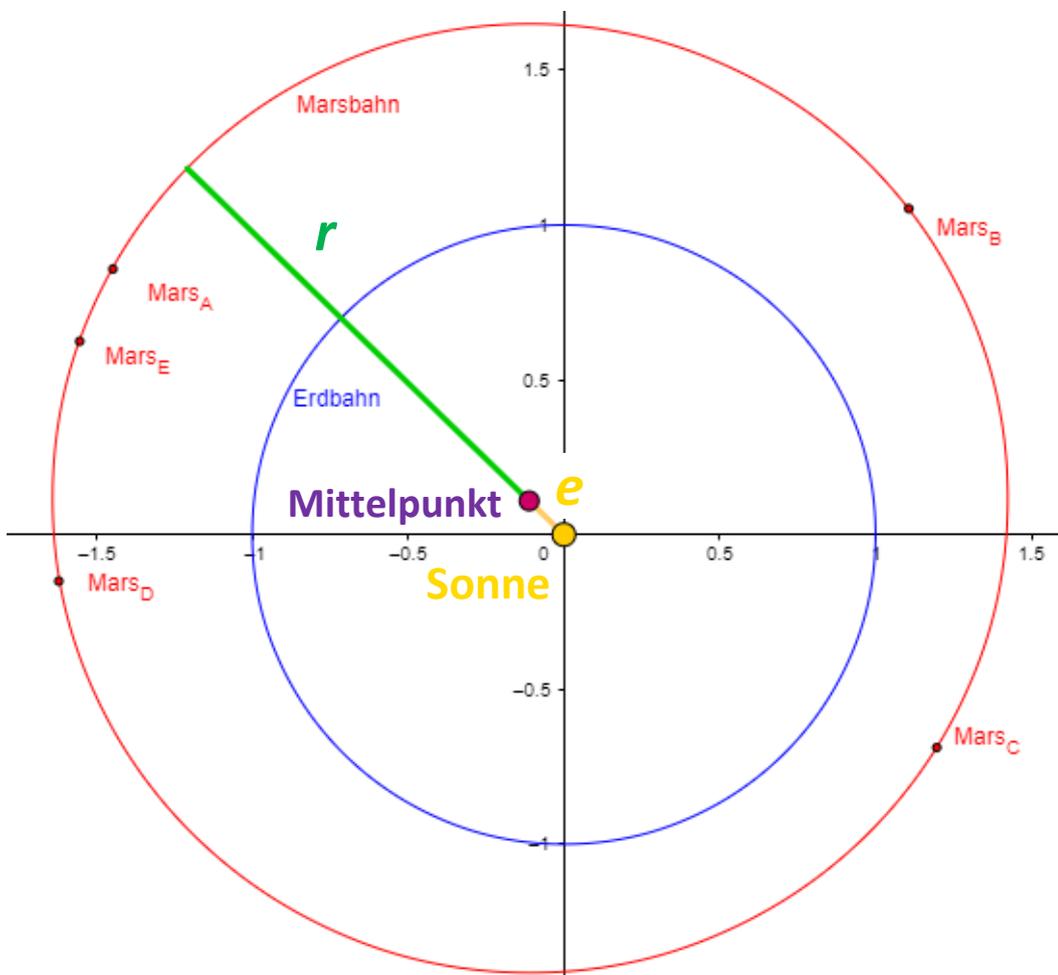


Eine der vier Einführungstafeln der Wanderausstellung, als Einzige nicht interaktiv“, aber eine Erläuterung zum entsprechenden Versuch.

Theorie zu Brennpunkt und Äquant

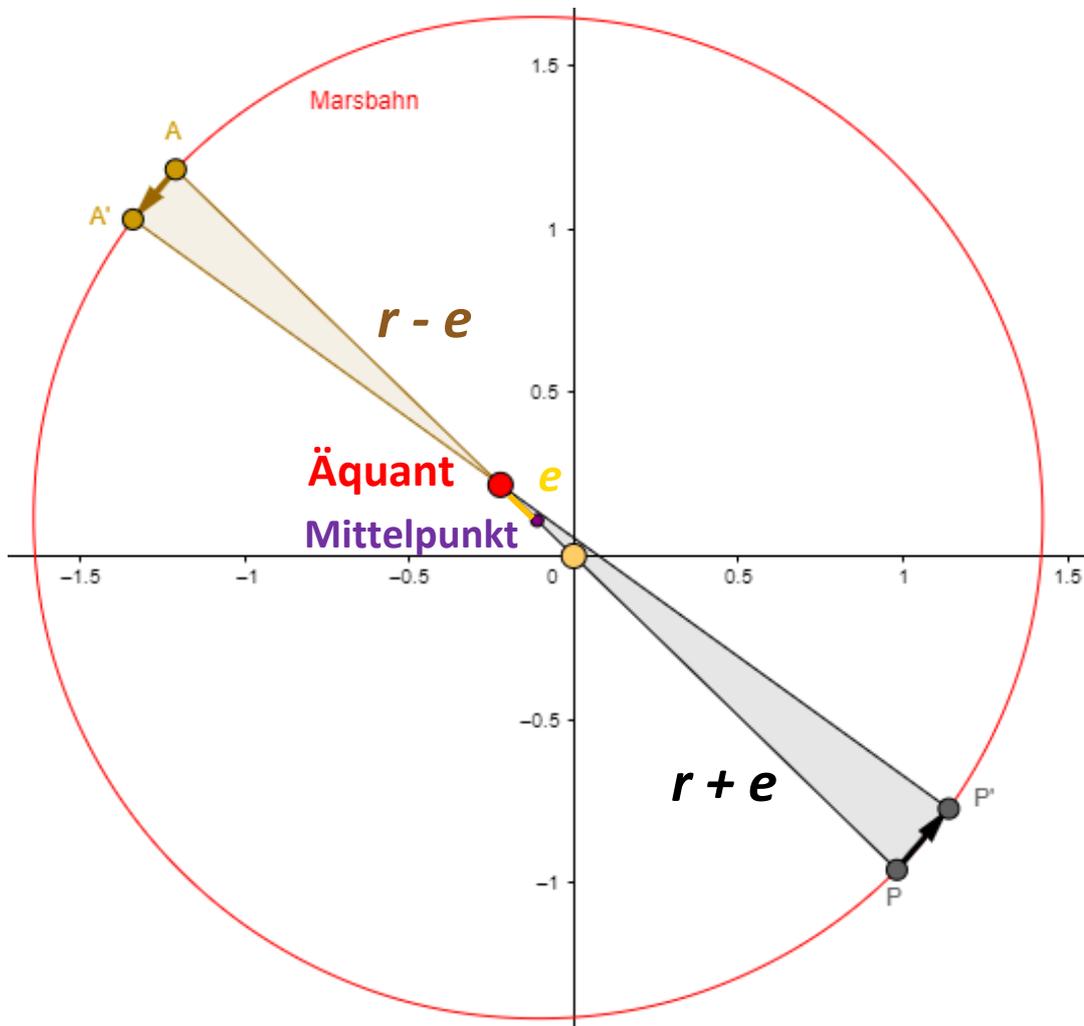
Ptolemäus verbesserte das System der epizyklischen Planetenbahnen mit Hilfe des Äquants so gut, dass bis zur Zeit Tycho Brahes, Keplers Lehrmeisters, keine Abweichungen zwischen seinen Vorhersagen und den Beobachtungen am Himmel feststellbar waren. Übrigens ganz im Gegensatz zu Copernicus' heliozentrischem Weltbild, dessen einfaches Modell mit kreisförmigen Bewegungen genaueren Beobachtungen ganz offensichtlich widerspricht und dessen ausgefeilteres System etwa ebenso kompliziert wie das von Ptolemäus war, für die Zeitgenossen also keinerlei Vorteil brachte. Kepler erreichte mit seinen Ellipsen im heliozentrischen Weltbild schließlich perfekte Genauigkeit. Um die beiden Grundideen anschaulich innerhalb eines Ausstellungsexponats vergleichen sowie Ellipsen und Äquant in Bezug zueinander erklären zu können, lassen wir die Planeten in beiden folgenden Erklärungen um die Sonne kreisen; auf die antiken Epizyklen verzichten wir also ahistorisch. Trotzdem sind die fünf aufeinander aufbauenden Mitmachstationen bei Weitem die anspruchsvollsten und zeitintensivsten der Ausstellung. Sie sind deshalb auch als Seminar buchbar.

Nach der Auswertung von Keplers historischen Beobachtungsdaten von fünf Marspositionen sind die Erdbahn um die Sonne und die Marsbahn um den „Mittelpunkt“ der nächste Zwischenschritt. Dieser Mittelpunkt ist um den Abstand e von der Sonne entfernt.



Die Marsbahn ist elliptischer als die Erdbahn. Ihr Mittelpunkt liegt 0,14 Astronomische Einheiten außerhalb der Sonne.

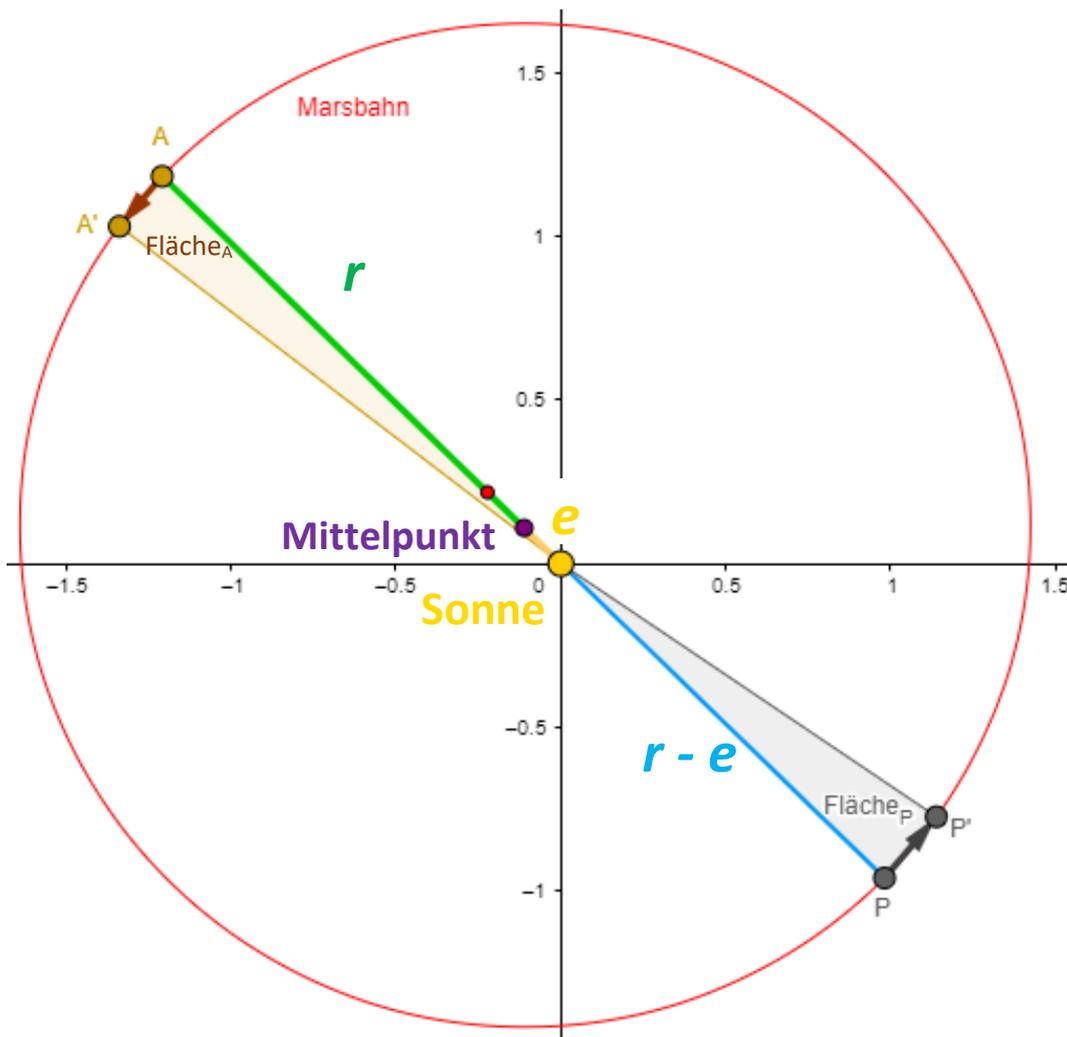
Nun gibt es einen weiteren wichtigen Punkt, den Äquant, der gegen den Mittelpunkt der Marsbahn ebenfalls um die Strecke e versetzt ist und auf dessen sonnenabgewandter Seite liegt. Entsprechend Ptolemäus' Theorie hat der Mars in Relation zum Äquant stets die gleiche Winkelgeschwindigkeit. Wenn Mars die in der Skizze gezeichneten kleinen Bögen in gleichen Zeiten zurücklegt, liegen am Äquant Scheitelwinkel an, das heißt sie sind gleich groß. Außerdem stehen die Radien der Planetenbahnen in guter Näherung senkrecht auf dem Umfang, denn selbst die relativ exzentrische Marsbahn weicht von einem Kreis mit 228 Mio. km Radius um weniger als 1 Mio. km ab. Die Dreiecke von Äquant und A, A' bzw. P, P' sind daher laut Strahlensatz ähnlich, das heißt, mit den eingezeichneten Größen gelten die Streckenverhältnisse $r-e/[AA'] = r+e/[PP']$.



In gleichen Zeiten überstreicht der Strahl gleiche Winkel, ausgehend vom Äquant.

Wir formen um zu $\frac{1}{2} (r - e) \cdot [PP'] = \frac{1}{2} (r + e) \cdot [AA']$. Erkennen Sie darin die Flächengleichheit der zwei Dreiecke von der Sonne zu A und A' bzw. zu P und P', also das zweite Keplersche Gesetz? Unter der oben genannten Näherung waren Ptolemäus' System etwa aus dem Jahr 150 also äquivalent zu Keplers Entdeckung des Flächensatzes von 1609 und seine Vorausberechnungen ziemlich gut.

Als Korollar pflücken wir: Da die Sonne nach dem ersten Keplerschen Gesetz im einen Brennpunkt der Ellipse steht, steht der bezüglich des Mittelpunkts symmetrische Äquant im anderen.



In gleichen Zeiten überstreicht der Strahl gleiche Flächen, ausgehend von der Sonne.

Mechanische Umsetzung des Äquants

Mit welchem Mechanismus lässt sich nun ein Mitmachexponat realisieren, bei dem sich das Modell eines Planeten gemäß den Keplerschen Gesetzen bewegt, insbesondere schneller in Sonnennähe und im richtigen Maß langsamer in Sonnenferne?

Ein elliptischer Schlitz zwischen zwei waagrechten Holzplatten gibt die Bahn des Planeten vor. Die innere Platte ist im einen Brennpunkt der Ellipse auf die senkrechte, feststehende Achse einer Fahrradnabe montiert. Der Ausstellungsbesucher zieht konstant an einem Seil, das um das Gehäuse der Fahrradnabe gewickelt ist. Damit versetzt er es in eine gleichmäßige Umdrehung. So ist die Bewegung um den Äquant mit konstanter Winkelgeschwindigkeit umgesetzt.

Der veränderliche Abstand vom Äquant zum Planeten ist mit der Schiene eines Schubladenauszugs realisiert. Sie ist radial an das Gehäuse der Fahrradnabe montiert und rotiert um dieses. Auf dem Ende der Schiene sitzt eine Styroporkugel für den Planeten.

Im anderen Brennpunkt der Ellipse symbolisiert eine zweite Styroporkugel die Sonne. Sie hat im beschriebenen Mechanismus keine weitere Funktion.



Wenn Sie am Seil ziehen, läuft der Planet auf seiner Ellipse. Im hier gezeigten Perihel ist der ausziehbare Arm unter der Platte lang, also die Bahngeschwindigkeit hoch.

So geht's:



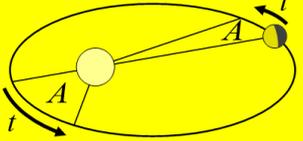
Ziehen Sie **gleichmäßig** an der aufgewickelten Schnur, um den Planeten in Bewegung zu versetzen.
An welcher Stelle läuft er schneller, an welcher langsamer?

Nanu!?

Je näher der Planet der Sonne ist, desto schneller bewegt er sich auf seiner Bahn.

Ach so! Nach dem Zweiten Keplerschen Gesetz überstreicht die Verbindungslinie Planet – Sonne in gleichen Zeiten gleich große Flächen.

Damit erklärt Kepler 1609 die Geschwindigkeit, mit der sich ein Planet auf seiner Ellipsenbahn bewegt. Diese hat er im Ersten Keplerschen Gesetz beschrieben.



Na und? Wenn ein Körper auf die Sonne zu fällt, wird er wegen ihrer Anziehungskraft schneller. Fliegt er davon, dann wird er durch sie langsamer.

Ein Planet hat zusätzlich noch eine seitliche Geschwindigkeit (genauer: einen konstanten Bahndrehimpuls). Auch dann beschleunigt ihn die Sonne, wenn er schräg auf sie zukommt bzw. bremst ihn, wenn er sich von ihr wegbewegt.

Zwei Texttafeln zum Exponat „Wie bewegen sich Planeten um die Sonne?“

Marius im Planetenweg

Schülerinnen des CJT-Gymnasiums Lauf und der Kunigunden-Grundschule haben 2009 einen Planetenweg im Maßstab 1:1 Milliarde gebaut. Er ist als Fahrradrundtour ausgelegt [2]. 2024 ergänzt der Wahlkurs Astronomie diesen Lehrpfad um eine Tafel zu (7984) Marius. Weltweit als Erste, aber weil an Marius' Bedeutung vor allem in Franken erinnert wird, ist das kein Wunder. Allerdings bildet dieser Asteroid eine Ausnahme im Lehrpfad: Weil er in maßstäblicher Größe nur 0,01 mm groß wäre, illustriert das Modell eines kohligen Chondriten die Tafel. Es soll die lockere, dunkle Oberfläche von Marius erfahrbar machen.



Der Wahlkurs mit seiner Tafel zum Asteroiden Marius, Teil des 18 km langen Planetenwegs im Nürnberger Land.

Literatur

[1] Pausenberger, Rudolf: Planetenmodell 1:50 Milliarden. In: Hans Gaab und Pierre Leich (Hg.), Simon Marius und seine Forschung: Acta Historica Astronomiae 57, 2016, 455-462.

[2] Pausenberger, Rudolf: Physik der Renaissance, <http://www.physik.de.rs/vor/der-planetenweg> (bis Juni 2025) bzw. www.physik-rs.de (nach Juni 2025)

Marius



Modell eines kohligen Asteroiden
Lockeres Material aufgrund der geringen Schwerkraft

(7984) **Marius** wurde erstmals 1980 in einem Tschechischen Observatorium beobachtet. Astronomen entdeckten damals Hunderte, jetzt Tausende weiterer Asteroiden pro Jahr im Bereich zwischen **Mars und Jupiter**.

Nach einer groben Einteilung gibt es eisenhaltige und steinige Asteroiden. Einige steinige, z.B. Marius, enthalten Kohlenstoff, so dass sie recht dunkel, fast kohlig erscheinen.

Durch Teleskope lässt sich nicht viel mehr von ihm als ein kleiner Lichtpunkt erkennen. Unsere Abbildung ist also nur symbolisch.

Seine Helligkeit ändert sich periodisch in 3,5 Stunden. Daraus folgt, dass er rotiert und nicht kugelsymmetrisch ist.

Damit weißt du, dass er sich mit etwa $18 \frac{m}{s}$ bewegt.

Entfernung von der Sonne	317 bis 474 Mio. km
Umlaufdauer um die Sonne	4,3 Jahre
Dauer einer Umdrehung	3,5 Stunden
Durchmesser im Mittel	ca. 10 km
Albedo	0,065 = 6,5%
Fallbeschleunigung	$0,003 \frac{N}{kg} = 3 \frac{mm}{s^2}$

Die Albedo ist das Rückstrahlvermögen. 0 bedeutet, dass nichts, 1 dass 100% des einfallenden Lichts gestreut wird.

In der 10. Klasse kannst du daraus berechnen, dass ein losgelassener Körper im freien Fall in der ersten Sekunde 14 mm, in der zweiten weitere 44 mm weit kommt.

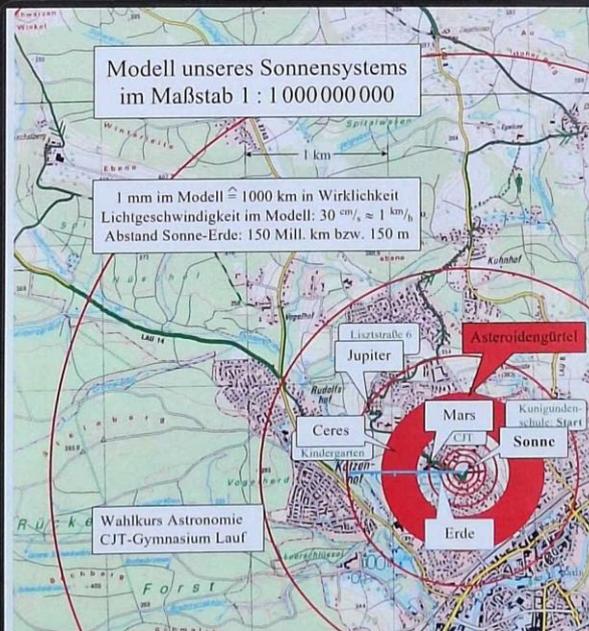
Er ist nach **Simon Marius** benannt, einem Astronomen aus **Ansbach**. Der hat 1610 die Jupitermonde entdeckt, einen Tag nach Galilei.

SM

In unserem Maßstab wäre das $\frac{1}{100}$ mm.

Modell unseres Sonnensystems im Maßstab 1 : 1 000 000 000

1 mm im Modell $\hat{=}$ 1000 km in Wirklichkeit
Lichtgeschwindigkeit im Modell: $30 \frac{cm}{s} \approx 1 \frac{km}{h}$
Abstand Sonne-Erde: 150 Mill. km bzw. 150 m



Die dicke Schraube hält das Modell eines kleinen, schwarzen Asteroiden.